Baustatik – Baupraxis 14, © 2020, Universität Stuttgart

Einfluss einer computergestützten Schnittgrößenüberlagerung auf die Standsicherheit im Stahl- und Stahlbetonbau

Jörg Bockhold[1,2], Thomas Vossen[2]

[1]*FOM Hochschule für Oekonomie & Management gGmbH, Essen*
[2]*IBV Bockhold und Vossen Beratende Ingenieure PartGmbB, Marl*

Zusammenfassung: Im Rahmen von computergestützten Strukturberechnungen werden Bemessungsaufgaben zunehmend von Softwareanwendungen ausgeführt. Bei automatisierten Lastfallüberlagerungen können jedoch Lastfallkombinationen fehlerhaft als nicht bemessungsrelevant ausgegeben werden, da zugehörige Schnittgrößen in bestimmten Situationen nicht erfasst werden. Dieser Beitrag beleuchtet hierbei auftretende Standsicherheitsaspekte und gibt Handlungsempfehlungen für eine automatisierte, computergestützte Bemessung.

1 Problemstellung

Mit fortschreitender Entwicklung der Computertechnik und der rechnergestützten Nachweisführung im Bauwesen, der immer komplexer werdenden numerischen Simulationen und nichtlinearen Bemessungen sowie der Progressionen in der BIM-basierten Tragwerksplanung rückt das selbstständige Handeln des rational planenden Ingenieurs im Bauwesen zunehmend in den Hintergrund. Ingenieurmäßige Betrachtungen von statischen Systemen werden zunehmend ersetzt durch die einfache Generierung von mehreren tausend Seiten statischer Berechnung, die im Einzelnen von prüfenden Instanzen – und vermutlich häufig vom Aufsteller selbst – nicht mehr nachvollzogen werden können.

Dabei können einfachste Plausibilitätsbetrachtungen bereits zeigen, ob beispielsweise bei der automatischen Überlagerung von Schnittgrößen eine für die Bemessung geeignete Überlagerungsvorschrift von der verwendeten Baustatik-Software angewendet wird und eine ausreichende Tragsicherheit gewährleisten.

So zeigen Praxisbeispiele, dass in bestimmten Bemessungssituationen mit ungünstiger Kombination von Schnittgrößen aus verschiedenen unabhängigen Lastfällen maßgebende Schnittgrößenkombinationen vom Überlagerungsalgorithmus der Baustatik-Software unberücksichtigt bleiben. Die kann zu einer Unterbemessung der Bauteile und damit zu einer theoretischen Unterschreitung des nach den Normen geforderten Standsicherheitsniveaus führen, vgl. [1].

Die üblichste und in den kommerziellen Baustatik-Programmen verbreitetste Kombinationsregel stellt die Überlagerung nach den maximalen und minimalen Schnittgrößen dar. Anhand ausgewählter Beispiele sollen die möglichen Ergebnisse dieser Überlagerungsvorschrift kritisch beleuchtet und weitere Überlagerungsmöglichkeiten vorgestellt werden.

2 Überlagerung anhand von maximalen und minimalen Schnittgrößen

Eine der am häufigsten angewendeten Überlagerungsvorschriften auf der Grundlage der Vorgaben des Eurocode [2] stellt die Überlagerung nach maximalen und minimalen Schnittgrößen dar. Dabei wird derjenige Lastfall angesetzt, bei dem die betrachtete Schnittgröße ein Maximum bzw. ein Minimum annimmt. Liefert ein Lastfall einen Beitrag zu der zu maximierenden Schnittgröße, so werden die Begleitschnittgrößen des Lastfalls ebenfalls berücksichtigt.

Der Einfluss von Lastfällen, die keinen Schnittgrößenanteil an der zu maximierenden Schnittgröße liefern, wird allerdings innerhalb des Überlagerungsalgorithmus vernachlässigt. Dies kann ggf. in einigen Fällen toleriert werden, da man hoffen kann, dass durch eine Maximum-/Minimum-Überlagerung im Wesentlichen alle maßgebenden Lastfallkombinationen erfasst werden.

Anhand zweier Beispiele soll im Folgenden aber demonstriert werden, dass dies nicht zwangsläufig der Fall ist und zu rechnerischen Standsicherheitsdefiziten führen kann.

2.1 Numerisches Beispiel 1

Das folgende Zahlenbeispiel soll die Vorgehensweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) anhand von zwei Lastfällen LF 1 und LF 2 verdeutlichen. Beide Lastfälle seien als unabhängige Verkehrslasten mit einem Teilsicherheitsbeiwert von jeweils $\gamma_Q = 1{,}50$ und einem Kombinationsbeiwert von $\psi_0 = 0{,}70$ definiert:

$$\begin{aligned} &\text{LF 1:} \quad M_{yk} = 50 \text{ kNm}, M_{zk} = 250 \text{ kNm} \\ &\text{LF 2:} \quad M_{yk} = 100 \text{ kNm}, M_{zk} = -5{,}0 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{1}$$

Die automatische Überlagerung liefert in den führenden Lastfallkombination 1001 (max. M_{yd}), 1002 (max. M_{zd}) und 1003 (min. M_{zd}) die folgenden Schnittgrößenkombinationen:

LFK 1001: max. M_{yd}, LF 2 führend

$$\begin{aligned} M_{yd} &= 1{,}50 \cdot 100 \text{ kNm} + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 50 \text{ kNm} = 202{,}5 \text{ kNm} \\ M_{zd} &= 1{,}50 \cdot (-5{,}0 \text{ kNm}) + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 250 \text{ kNm} = 255{,}0 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{2}$$

LFK 1002: max. M_{zd}, LF 1 führend

$$M_{yd} = 1{,}50 \cdot 50 \text{ kNm} = 75{,}0 \text{ kNm}$$
$$M_{zd} = 1{,}50 \cdot 250 \text{ kNm} = 375{,}0 \text{ kNm} \qquad (3)$$

LFK 1003: min. M_{zd}, LF 2 führend

$$M_{yd} = 1{,}50 \cdot 100 \text{ kNm} = 150{,}0 \text{ kNm} \qquad (4)$$
$$M_{zd} = 1{,}50 \cdot (-5{,}0 \text{ kNm}) = -7{,}5 \text{ kNm}$$

Im Allgemeinen könnte man der Meinung sein, dass durch diese Kombinatorik alle maßgebenden Lastfallkombinationen abgedeckt werden. Doch bei eingehender Betrachtung der Lastfallkombination 1002 ist zu erkennen, dass durch das Weglassen des LF 2 aufgrund des negativen Vorzeichens von M_{zk} die eigentlich bemessungsführende Lastfallkombination entfallen ist. Diese stellt sich bei Hinzunahme des LF 2 in der LFK 1002 wie folgt dar:

LFK 1002a: LF 1 führend inkl. LF 2

$$M_{yd} = 1{,}50 \cdot 50 \text{ kNm} + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 100 \text{ kNm} = \underline{\mathbf{180\ kNm}} \qquad (5)$$
$$M_{zd} = 1{,}50 \cdot 250 \text{ kNm} + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot (-5 \text{ kNm}) = \underline{\mathbf{369{,}75\ kNm}}$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass diese Kombination die eigentlich maßgebende für eine Bauteilbemessung ist, wenn wir z. B. wie bei der Bemessung eines Kreisquerschnitts die Vektorresultierenden der beiden Momentenvektoren M_y und M_z bilden:

$$\text{LFK 1001:}\ M_{res} = \sqrt{202{,}5^2 + 255{,}0^2} \text{ kNm} = 325{,}6 \text{ kNm}$$
$$\text{LFK 1002:}\ M_{res} = \sqrt{75{,}0^2 + 375{,}0^2} \text{ kNm} = \mathbf{382{,}4\ kNm} \qquad (6)$$
$$\text{LFK 1003:}\ M_{res} = \sqrt{150{,}0^2 + 7{,}5^2} \text{ kNm} = 150{,}2 \text{ kNm}$$
$$\text{LFK 1002a:}\ M_{res} = \sqrt{180{,}0^2 + 369{,}75^2} \text{ kNm} = \mathbf{411{,}2\ kNm}$$

Das theoretische Sicherheitsdefizit beträgt in diesem Fall ca. 7 %, wenn wir eine lineare Abhängigkeit der Querschnittstragfähigkeit von den Schnittgrößen unterstellen.

2.2 Numerisches Beispiel 2

Noch gravierender stellt sich allerdings die Situation dar, wenn in einem der Lastfälle der Anteil an der zu maximierenden Schnittgröße Null ist. Dann bleibt die Begleitschnittgröße in der Überlagerung unberücksichtigt.

Wir betrachten dazu den Querschnitt eines auskragenden Stahlträgers HEA 220, der durch eine horizontale Windlast ($\gamma_Q = 1{,}50$, $\psi_0 = 0{,}60$) und eine vertikale Schneelast ($\gamma_Q = 1{,}50$, $\psi_0 = 0{,}50$) beansprucht sein soll. Beide Lastfälle sind voneinander unabhängig.

Die charakteristischen Schnittgrößen an der Einspannstelle betragen:

$$\begin{aligned} &\text{Wind:} \quad M_{yk} = 0 \text{ kNm}, M_{zk} = 25 \text{ kNm} \\ &\text{Schnee:} \quad M_{yk} = 25 \text{ kNm}, M_{zk} = 0 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{7}$$

Vergleichsberechnungen mit kommerzieller Baustatik-Software mit automatischer Lastfallüberlagerung zeigen, dass aufgrund der Unabhängigkeit der Lasten die folgenden Schnittgrößenkombinationen generiert werden:

LFK 1001: max. M_{yd}

$$\begin{aligned} &M_{yd} = 1{,}50 \cdot 25 \text{ kNm} = 37{,}5 \text{ kNm} \\ &M_{zd} = 0 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{8}$$

LFK 1002: max. M_{zd}

$$\begin{aligned} &M_{yd} = 0 \text{ kNm} \\ &M_{zd} = 1{,}50 \cdot 25 \text{ kNm} = 37{,}5 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{9}$$

Für eine Bemessung müssten aber korrekterweise die folgenden Lastfallkombinationen gebildet werden:

LFK 1001: max. M_{yd}

$$\begin{aligned} &M_{yd} = 1{,}50 \cdot 25 \text{ kNm} = 37{,}5 \text{ kNm} \\ &M_{zd} = 1{,}50 \cdot 0{,}60 \cdot 25 \text{ kNm} = 22{,}5 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{10}$$

LFK 1002: max. M_{zd}

$$\begin{aligned} &M_{yd} = 1{,}50 \cdot 0{,}50 \cdot 25 \text{ kNm} = 18{,}75 \text{ kNm} \\ &M_{zd} = 1{,}50 \cdot 25 \text{ kNm} = 37{,}5 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{11}$$

Der Standard-Überlagerungsalgorithmus ist aber nicht in der Lage, diese für die Bemessung maßgebenden Kombinationen zu bilden.

Ein Vergleich der Normalspannungen ergibt im ersten Fall eine maximale Normalspannung von $\sigma_1 = 21{,}10$ N/mm² und im zweiten (korrekten) Fall von $\sigma_2 = 24{,}74$ N/mm², was einem rechnerischen Sicherheitsdefizit von ca. 15 % entspricht.

Bei einer Nachweisführung nach dem Verfahren elastisch-plastisch nach Eurocode 3 [3] werden die Unterschiede noch deutlicher, da hierbei die Querbiegetragfähigkeit überproportional gegenüber der Hauptbiegetragfähigkeit zunimmt. In diesem Fall ergibt sich bei vereinfachter Addition der plastischen Ausnutzungsfaktoren:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{M_{yd}}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{zd}}{M_{pl,z,Rd}} = 0 + \frac{37{,}5 \text{ kNm}}{63{,}59 \text{ kNm}} = 0{,}59 \\ \eta_2 &= \frac{M_{yd}}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{zd}}{M_{pl,z,Rd}} = \frac{18{,}75 \text{ kNm}}{133{,}6 \text{ kNm}} + \frac{37{,}5 \text{ kNm}}{63{,}59 \text{ kNm}} = 0{,}73 \end{aligned} \tag{12}$$

womit die tatsächlich Ausnutzung der plastischen Querschnittstragfähigkeit 73 % gegenüber 59 % beträgt.

Es lassen sich weitere Beispiele finden – wie z. B. die Überlagerung von Erdbebenschnittgrößen in x- und y-Richtung – bei denen durch ein Fehlen der Hauptschnittgröße die Begleitschnittgröße nicht in die Überlagerung einfließt.

Wie kann dieser Überlagerungsproblematik begegnet werden? Im Folgenden soll dies mittels Überlagerung mit Hilfe von Spannungspunkten im Querschnitt erörtert werden.

3 Überlagerung anhand von Spannungspunkten im Querschnitt

Eine Möglichkeit, die zuvor genannten Probleme für Stahlquerschnitte vollständig zu umgehen, ist die Überlagerung nach maximalen und minimalen Normalspannungen. Einige Programme bieten die Möglichkeit, durch Definition expliziter Spannungspunkte eine Schnittgrößenüberlagerung auf Basis der maximalen und minimalen Normalspannungen in diesen Spannungspunkten durchzuführen.

So bietet zum Beispiel die Software SOFiSTiK die Möglichkeit, über den Befehl

supp extr MAMI etyp STAB zust MY,MZ sele +y+z, -y+z,+y-z,-y-z

im Block MAXIMA eine automatische Überlagerung der Schnittgrößen bei Walzprofil–querschnitten durchführen zu lassen. Hiermit werden die korrekten Schnittgrößen–kombinationen für eine Bemessung erhalten.

Wie stellt sich dieser Aspekt allerdings bei beliebigen Stahlbetonquerschnitten dar? Hier lassen sich in einigen Programmsystemen ebenfalls händisch Spannungspunkte definieren, anhand dessen die Überlagerungsvorschriften derart gebildet werden, dass die Normal-spannungen in den Spannungspunkten maximal werden, wie beispielhaft in Abb. 2 dargestellt. In SOFiSTiK geschieht dies über den Befehl

SPT NR X #x-Koordinate Y #y-Koordinate

im Block AQUA.

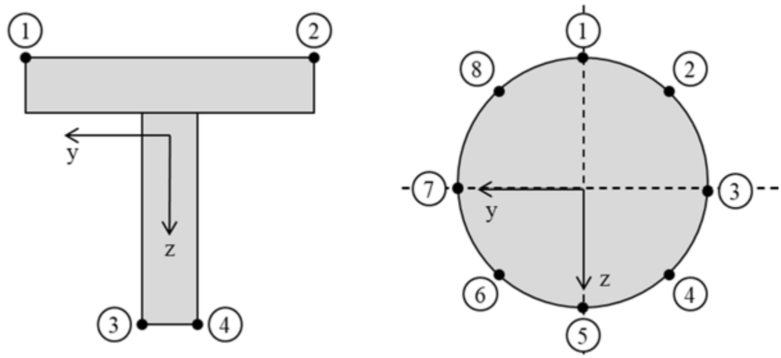

Abbildung 2: Mögliche frei definierte Spannungspunkte bei einem Plattenbalken- und einem Kreisquerschnitt bei zweiachsiger Beanspruchung

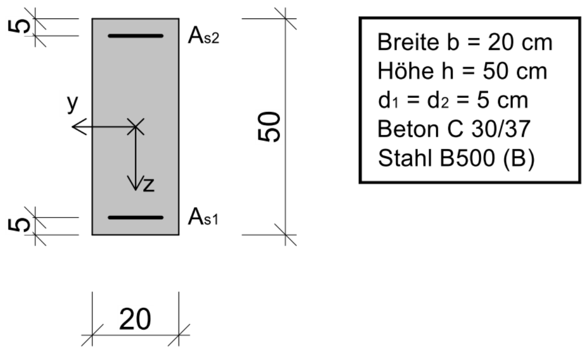

Abbildung 3: Stahlbeton-Rechteckquerschnitt

Allerdings kann dies bei Stahlbetonquerschnitten ebenfalls zu einer Fehleinschätzung der maßgebenden Lastfallkombination führen, wie das nachfolgende Beispiel zeigt.

Betrachtet wird beispielhaft ein Rechteckquerschnitt mit einer Breite von b = 20 cm und einer Höhe von h = 50 cm, der durch eine charakteristische Zugnormalkraft N_k = 800 kN und ein charakteristisches Biegemoment M_{yk} = 100 kNm beansprucht wird, vgl. Abb. 3. Beide Schnittgrößen seien aus unterschiedlichen, unabhängigen und nicht-ständigen Lastfällen ermittelt worden, so dass die jeweilige nicht-führende Begleitgröße mit einem Kombinationsfaktor für sonstige Verkehrslasten ψ_0 = 0,70 versehen wird.

Damit ergeben sich die folgenden Bemessungsschnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT):

Normalkraft führend (Lastfallkombination 1):

$$\begin{aligned} N_d &= 1{,}50 \cdot 800 \text{ kN} &&= 1.200 \text{ kN} \\ M_{yd} &= 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 100 \text{ kNm} &&= 105 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{13}$$

Biegemoment führend (Lastfallkombination 2):

$$\begin{aligned} N_d &= 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 800 \text{ kN} &&= 840 \text{ kN} \\ M_{yd} &= 1{,}50 \cdot 100 \text{ kNm} &&= 150 \text{ kNm} \end{aligned} \tag{14}$$

Die betragsmäßig maximalen Normalspannungen des Betonquerschnitts im Zustand I lauten (der Index verweist auf die Lastfallkombination):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1.200 \text{ kN}}{0{,}20 \text{ m} \cdot 0{,}50 \text{ m}} + \frac{105 \text{ kNm}}{\frac{1}{6} \cdot 0{,}20 \text{ m} \cdot (0{,}50 \text{ m})^2} = 24{,}6 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{840 \text{ kN}}{0{,}20 \text{ m} \cdot 0{,}50 \text{ m}} + \frac{150 \text{ kNm}}{\frac{1}{6} \cdot 0{,}20 \text{ m} \cdot (0{,}50 \text{ m})^2} = \mathbf{26{,}4} \frac{\mathbf{MN}}{\mathbf{m}^2} \end{aligned} \tag{15}$$

Die automatische Überlagerung auf der Basis von Normalspannungen ermittelt die Lastfallkombination 2 als bemessungsmaßgebende Kombination, da die berechneten

Spannungen betragsmäßig am größten sind. Jedoch ergibt die vergleichende Stahlbetonbemessung mit einem Beton C 30/37 und einem Bewehrungsabstand $d_1 = d_2 = 5$ cm die folgenden erforderlichen Bewehrungsquerschnitte in der unteren und oberen Bewehrungslage:

$$\begin{aligned} &\text{LFK 1:}\quad \text{erf. } A_{s1}/A_{s2} = 19{,}83\ \text{cm}^2\ /\ 7{,}76\ \text{cm}^2 \\ &\text{LFK 2:}\quad \text{erf. } A_{s1}/A_{s2} = 18{,}28\ \text{cm}^2\ /\ 1{,}03\ \text{cm}^2 \end{aligned} \tag{16}$$

Die erforderliche Gesamtbewehrung wird in diesem Beispiel anhand der fälschlicherweise als bemessungsführend ausgewählten Lastfallkombination 2 somit nur zu 70 % der tatsächlich erforderlichen Bewehrung ermittelt. Die Ursache liegt in dem geringen Einfluss der Zugnormalkraft auf die Normalspannungen des Bruttoquerschnitts, wohingegen die Normalkraft bei der Stahlbetonbemessung einen deutlichen höheren Einfluss hat, da die Zugfestigkeit des Betons bei der Bemessung im GZT unberücksichtigt bleibt.

Somit kann festgestellt werden, dass auch bei der Überlagerung von Schnittgrößenkombinationen auf der Basis von Normalspannungen ein rechnerisches Sicherheitsdefizit insbesondere bei Stahlbetonquerschnitten vorliegen kann.

4 Möglichkeiten zur Reduzierung von Unsicherheiten bei automatischer Lastfallüberlagerung

Um die oben genannten Sicherheitsdefizite auszuschließen, sollte im Stahlbau die Überlagerung der maßgebenden Schnittgrößen immer auf der Basis von Normalspannungen und ggf. für die Ermittlung der maßgebenden Querkräfte auf der Basis von Schubspannungen durchgeführt werden.

Darüber hinaus bieten sich für Stahlbetonquerschnitte zusätzlich zu den Standardüberlagerungen der Schnittgrößen weitere Verfahren an, um die für die Bemessung ungünstigste Lastfallkombination zu ermitteln. So bieten einige Baustatik-Programme die Möglichkeit den Überlagerungsalgorithmus z. B. hinsichtlich der Wurzel aus der Summe der Quadrate der Einzelschnittgrößen („square root of sum squares“, SRSS-Verfahren) zu erweitern. Dieses Verfahren wird auch im Erdbebenfall – neben dem CQC-Verfahren – bei der Überlagerung der Modalwerte aus verschiedenen Eigenfrequenzen angewendet.

Beispielhaft sei dieses Verfahren für das Beispiel aus Abschnitt 2.1 dargestellt. Die Wurzeln aus den Summen der Schnittgrößenquadrate ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} &\text{LFK 1:}\quad \sqrt{\left(50+0{,}7\cdot 100\right)^2+\left(250+0{,}7\cdot(-5{,}0)\right)^2} = \mathbf{274{,}16\,kNm} \\ &\text{LFK 2:}\quad \sqrt{50^2+250^2} = 254{,}95\ \text{kNm} \\ &\text{LFK 3:}\quad \sqrt{\left(100+0{,}7\cdot 50\right)^2+\left(-5{,}0+0{,}7\cdot 250\right)^2} = 217{,}08\ \text{kNm} \\ &\text{LFK 4:}\quad \sqrt{100^2+\left(-5{,}0\right)^2} = 100{,}12\ \text{kNm} \end{aligned} \tag{17}$$

Innerhalb dieser Überlagerungsvorschrift liefert die LFK 1 den Maximalwert. Allerdings sind diese Werte nicht für die Querschnittsbemessung geeignet.

Die Bemessungswerte in der maßgebenden Kombination 1 lauten:

$$
\begin{aligned}
M_{yd} &= 1{,}50 \cdot 50\ \text{kNm} + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot 100\ \text{kNm} = \mathbf{180\,kNm} \\
M_{zd} &= 1{,}50 \cdot 250\ \text{kNm} + 1{,}50 \cdot 0{,}70 \cdot (-5{,}0)\ \text{kNm} = \mathbf{369{,}75\,kNm}
\end{aligned}
\tag{18}
$$

Somit ergeben sich die bereits in Gl. (5) ermittelten maßgebenden Bemessungsschnittgrößen.

5 Zusammenfassung

Anhand einiger numerischer Beispiele wurden Sicherheitsdefizite bei der automatischen Überlagerung von Bemessungsschnittgrößen aufgezeigt und Lösungsmöglichkeiten diskutiert, die eine sichere und einfache automatische Überlagerung auf der Basis von ergänzenden Überlagerungsalgorithmen ermöglichen.

Nach wie vor zeigt sich, dass es auch bei computergestützten Berechnungen keine lückenlose Erfassung aller möglichen bemessungsrelevanten Schnittgrößenkombinationen gibt und dass ingenieurmäßige Plausibilitätsbetrachtungen Teil einer jeden Tragwerksplanung sein sollten.

Literatur

[1] DIN EN 1990, Eurocode: GRUNDLAGEN DER TRAGWERKSPLANUNG. BEUTH VERLAG, BERLIN, 2010

[2] SCHADE, D. SCHNITTGRÖßENKOMBINATIONEN BEIM TRAGSICHERHEITSNACHWEIS NACH DEN EUROCODES. BAUTECHNIK 77 (2000), S. 570-584

[3] DIN EN 1993-1-1, Eurocode 3: BEMESSUNG UND KONSTRUKTION VON STAHLBAUTEN – TEIL 1: ALLGEMEINE BEMESSUNGSREGELN UND REGELN FÜR DEN HOCHBAU. BEUTH VERLAG, BERLIN, 2010